

# L'enigma delle due porte

## 1. Introduzione

L'enigma delle due porte, noto anche come l'enigma de **I due guardiani**, esiste in diverse versioni e con molti nomi diversi. Al di là delle differenti sfumature più o meno tutte le versioni possono essere espresse in questo modo:

*Un uomo giunge di fronte a due porte, ciascuna sorvegliata da un guardiano. Una delle porte conduce alla salvezza, l'altra a morte certa. Uno dei due guardiani risponde sempre in modo sincero alle domande che gli vengono rivolte, mentre l'altro mente sempre, ma non si sa quale sia il guardiano sincero e quale il mentitore. All'uomo viene concesso di fare una sola domanda, a uno solo dei guardiani. Come può l'uomo individuare la porta che conduce alla salvezza?*

La risposta è abbastanza facile. L'uomo deve semplicemente porre, ad uno qualsiasi dei due guardiani, la seguente domanda: “Se chiedessi all'altro guardiano di indicarmi qual è la porta che conduce alla salvezza, cosa mi direbbe costui?”

Dal punto di vista logico lo stratagemma funziona perché mette “in serie” i due guardiani. Se raffigurassimo la situazione in termini di porte logiche (AND, OR, NOT eccetera) ciò significa che abbiamo messo in serie una porta che lascia invariato l'input (il guardiano sincero) con una porta che nega l'input (il guardiano mentitore). Il risultato è che l'affermazione iniziale verrà sicuramente negata, perciò l'uscita del “circuito” corrisponde sempre alla negazione del “segnale d'ingresso”. In altre parole l'uscita è una menzogna rispetto alla verità iniziale. La conclusione è che basta negare la risposta del guardiano per sapere qual è la porta giusta. Ad esempio, se dopo aver posto la domanda di guardiano ci rispondesse “la porta giusta è quella di destra” noi sapremo che la porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra.

Nel prossimo paragrafo vedremo una soluzione più formalizzata, che ci permetterà di risolvere l'enigma anche nel caso che avessimo davanti alle porte **tre guardiani**: uno sincero, un mentitore ed uno imprevedibile (che risponde cioè in modo casuale).

## 2. Approccio formale

La soluzione appena discussa funziona finché abbiamo che fare solamente con due soggetti (i due guardiani). Se però vogliamo estendere l'indovinello ad un caso qualsiasi, come ad esempio la variante con **due porte** e **tre guardiani**, allora dobbiamo generalizzare la soluzione. Ciò significa complicare un pochino la domanda che dobbiamo porre ad uno dei guardiani.

La soluzione può essere strutturata come segue considerando due affermazioni

- Affermazione A: *tu dici sempre la verità*
- Affermazione B: *<qui inseriamo la domanda che ci interessa>*

e ponendo la seguente domanda

- *Le affermazioni A e B sono entrambe vere oppure entrambe false?*

Per convincerci che lo stratagemma funziona consideriamo lo schema delle possibili risposte, mettendo in colonna le due verità possibili. Supponiamo poi di rivolgerci ad uno dei guardiani (scelto a caso) nel seguente modo:

*O guardiano, ti sottopongo due affermazioni: la prima affermazione recita “Tu dici sempre la verità”, mentre la seconda affermazione recita “La porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra”. La domanda che ti pongo è la seguente: “Le due affermazioni sono entrambe vere o entrambe false?”*

Considerando tutte le possibili situazioni si ottengono le seguenti risposte:

	La porta che conduce alla salvezza è quella di <b>sinistra</b>	La porta che conduce alla salvezza è quella di <b>destra</b>
Guardiano sincero	Sì	No
Guardiano mentitore	Sì	No

Verifichiamo ad esempio il primo caso (casella in alto a sinistra). Se il guardiano a cui abbiamo posto la domanda è sincero egli valuterà le affermazioni A e B come segue:

- Affermazione A: *io dico sempre la verità: VERA*
- Affermazione B: *La porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra: VERA*

quindi egli risponderà “Sì” alla domanda, perché le due affermazioni sono (per lui) entrambe vere.

Verifichiamo adesso il secondo caso (casella in alto a destra). Se il guardiano a cui abbiamo posto la domanda è sincero egli valuterà le affermazioni A e B come segue:

- Affermazione A: *io dico sempre la verità: VERA*
- Affermazione B: *La porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra: FALSA*

quindi egli risponderà “No” alla domanda, perché le due affermazioni non sono (per lui) entrambe vere (e nemmeno entrambe false).

Procedendo in questo modo possiamo verificare tutti i casi della tabellina qui sopra, verificando che il metodo funziona. In particolare, rispetto alla soluzione “ingenua” vista all’inizio, in questo caso non è necessario negare la risposta, che va invece interpretata alla lettera. In altre parole, siccome nell’affermazione B abbiamo chiesto “La porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra?”, quando ci viene risposto “Sì” sappiamo che ciò è vero, e quando ci viene risposto “No” sappiamo che ciò è falso.

Vediamo adesso come questo procedimento permetta di risolvere l’enigma anche nel caso in cui i guardiani siano tre: uno sincero, uno mentitore ed uno **imprevedibile** (ovvero potrebbe rispondere sia in modo sincero, sia in modo fasullo, a seconda del momento).

**Il metodo appena descritto riesce ad individuare la porta corretta anche in presenza di un guardiano dal comportamento non prevedibile!**

### 3. L'enigma dei tre guardiani

Abbiamo adesso due porte e tre guardiani. Un guardiano dice sempre la verità, uno mente sempre e l'ultimo risponde ogni volta in maniera diverso (in modo casuale): a volte dice la verità, altre volte il falso, senza alcun criterio deterministico o prevedibile. Ovviamente non sappiamo quale sia il guardiano sincero, il mentitore né l'imprevedibile. I guardiani sono però a conoscenza della loro natura, ovvero sanno chi è il sincero, chi il mentitore, chi l'imprevedibile, esattamente come nel caso classico. Inoltre abbiamo a disposizione **due domande**.

Proviamo ad applicare lo schema risolutivo del paragrafo precedente, denominando A, B e C i tre guardiani. La prima domanda, che poniamo al guardiano A (scelto a caso), potrebbe essere:

*O guardiano, ti sottopongo due affermazioni: la prima affermazione recita “Tu dici sempre la verità”, mentre la seconda affermazione recita “B è il guardiano imprevedibile”. La domanda che ti pongo è la seguente: “Le due affermazioni sono entrambe vere o entrambe false?”*

A seconda della risposta del guardiano A abbiamo a disposizione i seguenti scenari:

	<b>Ipotesi su A</b>	<b>Deduzione su B</b>	<b>Deduzione su C</b>
A risponde “Sì”	Se A è sincero	B è imprevedibile	C è il mentitore
	Se A è il mentitore	B è imprevedibile	C è sincero
	Se A è imprevedibile	B non è imprevedibile	C non è imprevedibile
A risponde “No”	Se A è sincero	B non è imprevedibile	?
	Se A è il mentitore	B non è imprevedibile	?
	Se A è imprevedibile	B non è imprevedibile	C non è imprevedibile

Spieghiamo come si ottiene la tabella qui sopra. Nelle prime due righe (A sincero o mentitore) ricadiamo esattamente nel caso precedente (enigma classico dei due guardiani): stiamo ponendo la domanda ad un sincero o mentitore, perciò come nel caso classico possiamo interpretare la risposta alla lettera. In particolare: se A risponde “Sì” sappiamo che B è imprevedibile (perché questa è la seconda affermazione inserita nella nostra domanda), indifferentemente dal fatto che A sia sincero o mentitore. La terza riga della tabella è ovvia, perché basta procedere per esclusione.

Dopodiché ripetiamo lo stesso ragionamento nel caso che A risponda “No”. Siccome possiamo prendere alla lettera la risposta, “No” significa che B *non* è il guardiano imprevedibile, e procediamo come prima.

Notiamo che la risposta di A è “asimmetrica”: se ci viene risposto “Sì” sappiamo tutto sui guardiani, se invece ci viene risposto “No” allora ci mancano alcune informazioni sulla natura del guardiano C. Ma questo non ci interessa, perché il nostro scopo era quello di individuare un guardiano non imprevedibile e ci siamo riusciti. Abbiamo infatti a disposizione la seconda domanda, che vogliamo porre ad un guardiano non imprevedibile, in modo da poter applicare lo schema classico dell'enigma con due guardiani.

Se A ha risposto “Sì” alla prima domanda dalla tabella sappiamo che C non è imprevedibile, ovvero C è sincero o mentitore. Allora ricadiamo ancora una volta nel caso classico, perché basta chiedere a C:

*O guardiano, ti sottopongo due affermazioni: la prima affermazione recita “Tu dici sempre la verità”, mentre la seconda affermazione recita “La porta che conduce alla salvezza è quella di sinistra”. La domanda che ti pongo è la seguente: “Le due affermazioni sono entrambe vere o entrambe false?”*

e prendere la risposta alla lettera, come nel caso dei due guardiani. Questo perché siamo sicuri che C non è il guardiano imprevedibile.

Se invece A ha risposto di “No” alla prima domanda, pur ignorando la natura di A e di C, siamo sicuri che B non è imprevedibile, ovvero sappiamo che B è sincero o mentitore. Allora poniamo la solita domanda a B ed il caso è risolto.

## 4. Conclusioni

La soluzione consta principalmente di uno *stratagemma* e di un'*osservazione*. Lo *stratagemma* consiste nel porre la domanda inserendo nella domanda stessa due affermazioni e chiedendo se esse sono entrambe vere o entrambe false. L'*osservazione* consiste nel rendersi conto che non ci serve individuare la natura di tutti e tre i guardiani, ma ci basta identificare un guardiano sincero o menzognero (cioè escludere quello imprevedibile) per poter così ricadere nel caso classico.

Ovviamente può essere interessante estendere l'enigma a quattro, cinque o più guardiani, avendo a disposizione sempre una domanda in meno del numero di guardiani. Con quattro guardiani si avrebbero a disposizione tre domande, con cinque guardiani si avrebbero quattro domande, e così via. La faccenda diventa complessa non tanto dal punto della soluzione, quanto dal punto della formulazione del problema. Ad esempio, considerando il caso con quattro guardiani, abbiamo a disposizione diversi scenari possibili e quindi diversi enigmi:

- Un sincero, un mentitore, due imprevedibili
- Due sinceri, un mentitore, un imprevedibile
- Un sincero, due mentitori, un imprevedibile

oppure potremmo anche inventarci un quarto tipo di guardiano, ad esempio un imprevedibile *una tantum*, cioè un guardiano che deve scegliere se essere sincero o mentitore, ma una volta compiuta la scelta deve poi restare coerente ad una linea di condotta. In questo caso potremmo avere un unico scenario, ovvero:

- Un sincero, un mentitore, un imprevedibile, un imprevedibile *una tantum*

ma ciò non fa altro che spostare il problema della formulazione, perché se vogliamo estendere l'enigma all'infinito dobbiamo anche formulare un criterio per decidere di volta in volta come enumerare le possibili nature dei guardiani, e quanti/quali tipi di nature considerare. Per questo motivo qui ci fermiamo al caso dei tre guardiani, lasciando al lettore la possibilità di cimentarsi nella creazione di enigmi più complessi.